

Wiederholungsklausur Analysis 1 (MLG) (WS 09/10)

**Termin:** Montag, 15. März 2010 ab 10:00 Uhr

**Hilfsmittel:** keine

**Hinweis:** Jedes Lösungsblatt ist mit Namen, Vornamen, Fachrichtung und Matrikelnummer zu versehen.

Eine Lösung wird nur gewertet, wenn der Lösungsweg nachvollziehbar ist.

Punkte	Aufgabe
2,5	<p>3</p> <p>1.a) Nennen Sie die Definition für die Konvergenz einer Folge <math>(a_n)</math> gegen den Grenzwert <math>a</math> mit der <math>\varepsilon</math>-Sprache.</p> <p>b) Wie lautet das Konvergenzkriterium von Cauchy für eine Folge <math>(a_n)</math>?</p>
3	<p>3</p> <p>2.) Formulieren Sie das Quotientenkriterium für die Konvergenz bzw. Divergenz von Reihen.</p>
2	<p>2</p> <p>3.) Nennen Sie den (kleinen) Umordnungssatz für Reihen.</p>
6	<p>6</p> <p>4.) Sei <math>M \subset \mathbb{R}</math> und <math>a \in \mathbb{R}</math>. Wann heißt <math>a</math></p> <p>a) innerer Punkt von <math>M</math>,</p> <p>b) Randpunkt von <math>M</math>,</p> <p>c) Häufungspunkt von <math>M</math>,</p> <p>d) isolierter Punkt von <math>M</math>?</p>
2	<p>2</p> <p>5.a) Nennen Sie die Umgebungsdefinition (<math>\varepsilon - \delta</math>-Definition) für die Stetigkeit einer Funktion <math>f</math> an der Stelle <math>\xi</math>.</p> <p>b) Wie lautet das Folgenkriterium für die Stetigkeit von <math>f</math> an der Stelle <math>\xi</math>?</p>
3	<p>3</p> <p>6.) Bestimmen Sie alle <math>x \in \mathbb{R}</math> für die</p> $\frac{3x - 4}{2 - 3x} \geq 4.$
4	<p>4</p> <p>7.) Beweisen Sie, dass für alle <math>n \in \mathbb{N}</math> gilt <math>2^n &gt; n</math>.</p>
3	<p>3</p> <p>8.) Bestimmen Sie die Menge <math>M</math> aller <math>z</math>, für die <math>-2 \leq  z + i  \leq -1</math>. <math>z \in \mathbb{C}</math></p>

b.w.

Punkte	Aufgabe
2	9.) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte: <del>(a)</del> $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} - n,$ (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^6}{(2n^2 - n + 1)^3},$ (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin n\pi.$
1	10.) Untersuche Sie, ob die folgende Menge nach oben oder unten beschränkt ist und bestimmen Sie gegebenenfalls Supremum und Infimum. $M = \left\{ x \mid x = \frac{1}{n} + \frac{(-1)^m}{m} \quad n, m \in \mathbb{N} \right\}.$
1/2	(4) 11.) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ konvergent?
1/2	<del>12.)</del> Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^n}{1 + \lambda^n}$ konvergent?
0	13.) Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}.$