Übungen zur Vorlesung Analysis 1 WS 06/07

12. Übungsserie

1.) a*) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom n-ten Grades der Funktion

$$f(x) = (1+x)^\alpha \ .$$

Hinweis: Verwenden Sie zur Abkürzung die verallgemeinerten Binomialkoffizienten

$$\binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)\cdot\ldots\cdot(\alpha-(n-1))}{n!} \ .$$

b⁺) Zeigen Sie, dass die resultierende Taylorentwicklung in $]-1,1[$ konvergiert (vergl. Vorlesung zu $f(x) = \ln(1+x)$) .

2.) Bestimmen Sie jeweils die Taylor-Polynome für $x_0 = 0$ bis zum angegebenen Grad.

a) $f(x) = \sin(\sin x) \qquad n = 3$

b*) $f(x) = e^{2x-x^2} \qquad n = 5$

c) $f(x) = \sqrt[3]{\sin x^3} \qquad n = 13$

Bemerkung: $\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{|x|} \cdot sgn x$

3.) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf lokale Extrema

a*) $f(x) = \left(1 + x + \frac{x^2}{n!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}\right) e^{-x} \qquad n \in I\!N$

b) $f(x) = |x^2 - 3x + 2| \qquad x \in [-10, 10]$

4.) Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x) = \ln(1+x^2)$$

auf Wendepunkte und Konvexität.

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 22.01 bis 26.01.2007 abzugeben.