

Übungen zur Vorlesung Analysis 1 WS 06/07

13. Übungsserie

1.) Geben Sie Ober- und Untersumme für das Integral $\int_0^1 a^x dx$ bei äquidistanter Zerlegung des Intervall $[0, 1]$ in n gleiche Teile an und berechnen Sie den Limes für $n \rightarrow \infty$.

2.) Sei $f(t)$ differenzierbar und $f'(t)$ stetig und nullstellenfrei und $f(t)$ habe die Stammfunktion $F(t)$. Geben Sie eine Stammfunktion der Umkehrfunktion $f^{-1}(t)$ an.

3.*) Verifizieren Sie die Formel

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{n+1}} = \frac{x}{2na^2(x^2 + a^2)^n} + \frac{2n-1}{2na^2} \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}$$

4.) Berechnen Sie je eine Stammfunktion zu

a*) $f(x) = x^2 \sin 2x$

b) $f(x) = x^3 e^{-x^2}$

c*) $f(x) = \cos(\ln x)$

d) $f(x) = [\ln(x + \sqrt{1+x^2})]^2$

e*) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}}$

f) $f(x) = \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} \quad \{z = \cos x\}$

g) $f(x) = x(1-x)^{10}$

h*) $f(x) = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt[4]{x^4+1} \sqrt[4]{x^3}} \quad \{z = \sqrt[4]{x^3}\}$

i) $f(x) = \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} \quad \{z = \ln(\ln x)\}$

Bemerkung: In geschweiften Klammern sind mögliche Substitutionen angegeben.

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 29.01. bis 02.02.2007 abzugeben.